



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2015

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير واقتصاد

المدة: 03 سا و30د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

يعطي الجدول التالي الاستهلاك y_i (باللتر l لكل $100 km$) من الوقود لقاطرة منجمية بدلالة سرعتها x_i مقدره بـ km/h .

x_i مقدره بـ (km/h)	50	60	70	80	90
y_i مقدر بـ ($l/100km$)	3,2	3,4	3,8	4,4	5,2

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.

(2) تعطى معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ y بدلالة x كالتالي: $y = 0,05x + 0,5$.

باستعمال هذا التعديل، ما هو تقديرك لاستهلاك هذه القاطرة من الوقود عندما تسيير بسرعة قدرها $130 km/h$ ؟

(3) نبحت في هذا الجزء عن تعديل آخر.

(أ) أتمم الجدول التالي: (تُدوّر كل نتائج الحسابات إلى 10^{-2} عند ملء الجدول فقط)

x_i مقدره بـ (km/h)	50	60	70	80	90
y_i مقدر بـ ($l/100km$)	3,2	3,4	3,8	4,4	5,2
$z_i = \ln y_i$					

(ب) عيّن $(\bar{x}; \bar{z})$ إحداثيي النقطة المتوسطة للسلسلة الإحصائية $(x_i; z_i)$.

(ج) عيّن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ z بدلالة x على الشكل $z = ax + b$.

(د) عبّر عن y بدلالة x ؛ باستعمال هذا التعديل، ما هو تقديرك لاستهلاك القاطرة من الوقود عندما تسيير بسرعة قدرها $130 km/h$ ؟

(هـ) في الواقع أنه ابتداءً من السرعة $90 km/h$ ، كلما ازدادت هذه الأخيرة بمقدار $10 km/h$ ارتفع استهلاك القاطرة للوقود بمقدار $0,75 l$.

من بين التعديلين السابقين؛ أيهما يعطي أفضل تقدير لاستهلاك القاطرة من الوقود حينما تسيير بسرعة $130 km/h$ ؟

التمرين الثاني: (06 نقاط)

اختر الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

- (1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بعدها العام: $u_n = 5 \times 2^n \times 3^{n-1}$.
 (أ) (u_n) حسابية ، (ب) (u_n) هندسية ، (ج) (u_n) ليست هندسية ولا حسابية.
- (2) (v_n) متتالية حسابية حدّها الأول $v_0 = 1$ وأساسها 4؛ قيمة n التي من أجلها يكون $v_1 + v_2 + \dots + v_n = 2015$
 هي: (أ) $n = 31$ ، (ب) $n = 32$ ، (ج) $n = 33$.
- (3) منحنى الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x^2 - 1)^3$ ، يقبل مماسًا في النقطة ذات الفاصلة $\sqrt{2}$ معادلته:
 (أ) $y = \sqrt{2}x + 1$ ، (ب) $y = 6\sqrt{2}x - 11$ ، (ج) $y = 6\sqrt{2}x + 1$.
- (4) A و B حادثتان من مجموعة إمكانيات، حيث: $P(A) = 0,3$ و $P_A(B) = 0,4$
 (أ) $P(A \cap B) = 0,12$ ، (ب) $P(A \cap B) = 0,1$ ، (ج) $P(A \cap B) = 0,7$.
- (5) A و B حادثتان مستقلتان من مجموعة إمكانيات، حيث: $P(A) = 0,3$ و $P(B) = 0,4$
 (أ) $P(A \cup B) = 0,7$ ، (ب) $P(A \cup B) = 0,58$ ، (ج) $P(A \cup B) = 0,12$.
- (6) A و B حادثتان من مجموعة إمكانيات، حيث: $P_A(B) = 0,4$ ، $P(A) = 0,3$ و $P(A \cup B) = 0,68$
 (أ) $P(B) = 0,204$ ، (ب) $P(B) = 0,272$ ، (ج) $P(B) = 0,5$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1} - 3$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = \frac{4}{e^x + 1} - 3$.

(ب) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ؛ ثم فسّر النتيجة هندسيًا.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.

(ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0; -1)$.

(ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(-x) + f(x) = -2$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر.

(د) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم.

(4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x = 0$ ، $x = -\ln 3$ و $y = 0$.

(5) h الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = f(|x|)$ ، و (C_h) منحناها البياني في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(أ) بين أن h دالة زوجية.

(ب) اعتمادًا على المنحنى (C_f) ، اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

العلامة		عناصر الإجابة							(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة								
									التمرين الأول: (05 نقاط)
	0,5								1. تمثيل سحابة النقط
	0,5								2. $y = 0,05 \times 130 + 0,5$ أي $y = 7$
	1,25	x_i مقدرة بـ (km/h)	50	60	70	80	90	أ. 3.	
		y_i مقتر بـ (l/100km)	3,2	3,4	3,8	4,4	5,2		
		$z_i = \ln y_i$	1,16	1,22	1,34	1,48	1,65		
	0,5	ب. لدينا $\bar{x} = \frac{50+60+70+80+90}{5} = 70$ و $\bar{z} = \frac{1,16+1,22+1,34+1,48+1,65}{5} = 1,37$							
05	0,5	ج. $a = 0,0124$ أي $a = \frac{\frac{1}{5} \left(\sum_{i=1}^5 x_i z_i \right) - \bar{x} \bar{z}}{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}$							
	0,5	د. لدينا $z = \ln y$ وبالتالي $\ln y = 0,0124x + 0,502$ ومنه $y = e^{0,0124x+0,502}$							
	0,25	هـ. الاستهلاك عند السرعة 130 km/h هو $5,2 + 4 \times 0,75 \text{ l} = 8,2 \text{ l}$							
	0,25	لدينا التعديل الأول: $y = 7$ والتعديل الثاني: $y \approx 8,28$ وبالمقارنة نجد أن التعديل الثاني أفضل من الأول في تقدير الاستهلاك عند سرعة 130 km/h لأنه الأقرب إلى $8,2 \text{ l}$							
		ملاحظة تخص السؤال ج): مهما كانت رتبة التدوير التي يعطيها المترشح في حسابه لاستهلاك القاطرة يعتبر مقبولا.							
		التمرين الثاني: (06 نقاط)							
	0,25	1. ب) (u_n) هندسية							
	0,75	$u_n = 5 \times 2^n \times 3^{n-1}$ تكافئ $u_n = \frac{5}{3} \times (2 \times 3)^n$ وهو الحد العام لمتتالية هندسية أو $u_{n+1} = 6u_n$							
	0,25	2. أ) $n = 31$							
04	0,75	ب) $v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{n}{2}(v_1 + v_n) = 2n^2 + 3n = 2015$ ومنه $n = 31$							
	0,25	3. ب) $y = 6\sqrt{2}x - 11$							
	0,75	$f'(\sqrt{2}) = 6\sqrt{2}$ ، $f(\sqrt{2}) = 1$ ، $f'(x) = 3 \times 2x(x^2 - 1) = 6x(x^2 - 1)$ ومنه $y = 6\sqrt{2}x - 11$							
	0,25	4. أ) $P(A \cap B) = 0,12$							
	0,75	$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,12$							

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
02 نقاط	0,25		5. ب) $P(A \cup B) = 0,58$
	0,75		$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$
	0,25		6. ج) $P(B) = 0,5$
	0,75		$P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A) = P(A \cup B) + P(A) \times P_A(B) - P(A)$
09 نقاط			التمرين الثالث: (09 نقاط)
	0,5		1. أ - من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = \frac{4}{e^x + 1} - 3$
	0,5		ب - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$
	0,5		$y = -3$ و $y = 1$ معادلتا المستقيمين المقاربتين
	0,75		2. $f'(x) < 0$ ؛ $f'(x) = \frac{-4e^x}{(e^x + 1)^2}$
	0,25		f متناقصة تماما على \mathbb{R}
	0,25		جدول التغيرات.
	0,5		3. أ - $f(x) = 0$ معناه $x = -\ln 3$
	0,75		ب - معادلة المماس (T) $y = -x - 1$.
	0,5		ج - من أجل كل عدد حقيقي x فإن $f(-x) + f(x) = -2$
	0,5		$\Omega(0; -1)$ مركز تناظر ل (C_f)
	1,25		د - الرسم
	0,75		4. $A = - \int_{-\ln 3}^0 f(x) dx = [4 \ln(e^{-x} + 1) + 3x]_{-\ln 3}^0$
	0,5		$A = (3 \ln 3 - 4 \ln 2) ua$
	0,5		5. أ - h دالة زوجية لأن \mathbb{R} متناظر بالنسبة إلى 0 و $h(-x) = h(x)$
	0,5		ب - في $[0; +\infty[$ ينطبق (C_h) على (C_f) و (C_h) متناظر بالنسبة إلى محور الترتيب
0,5		الرسم	